## Úlohy 1. kola 68. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Není-li uvedeno jinak, v úlohách uvažujte velikost tíhového zrychlení $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

### 1. Drátěná součástka

Součástka z pevného drátu ABCDE (Obr. 1), všude stejného obdélníkového průřezu, má délky stran: $|BC| = |CD| = l$, $|AB| = \frac{l}{3}$. Součástka je v bodě A opřena na dřevěné desce. Části BC a DE jsou přitom vodorovné. Část drátu o délce $l$ má hmotnost $m$ a elektrický odpor $R$.

a) Jaká je délka části DE?

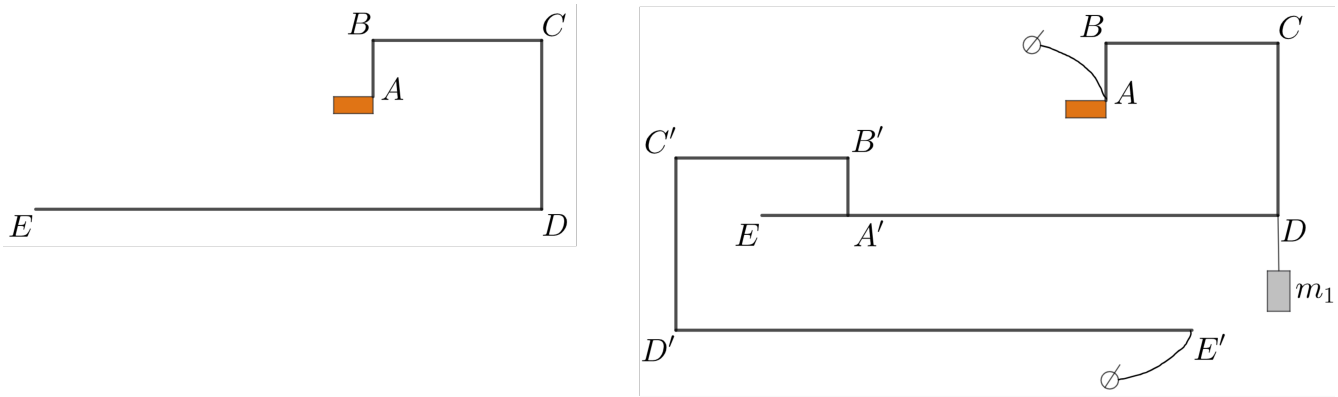
Když v bodě D zavěsíme závaží o hmotnosti $m_1 = 8m$, rovnováha se poruší. Abychom dosáhli toho, aby části BC a DE byly opět vodorovné, použijeme stejnou součástku A′B′C′D′E′, kterou opřeme bodem A′ o část DE první součástky, viz (Obr. 1).

b) V jaké vzdálenosti je bod A′ od bodu E?

c) Závaží zavěšené v bodě D nyní může mít jinou hmotnost $m_2$. Jakou největší hodnotu může mít $m_2$, aby bylo ještě možné pomocí druhé součástky udržet části BC a DE vodorovné?

d) Jakou hmotnost $m_3$ musí mít závaží zavěšené v bodě D, aby se bod E právě dotýkal části $C'D'$?

e) Jaký bude elektrický odpor mezi body A a E′ v případech b), c) a d)? V místech vzájemného dotyku obou drátěných součástek předpokládejte dokonalý elektrický kontakt; přechodové odpory zanedbejte.




Obr. 1

### 2. Kyvadlo z grafu

Kyvadlo tvoří malá kulička o hmotnosti $m = 0{,}070$ kg zavěšená na niti zanedbatelné hmotnosti. Po vychýlení z rovnovážné polohy a uvolnění koná kmity, jejichž závislost zrychlení na čase udává graf na Obr. 2.

a) Určete délku $l$ závěsu.

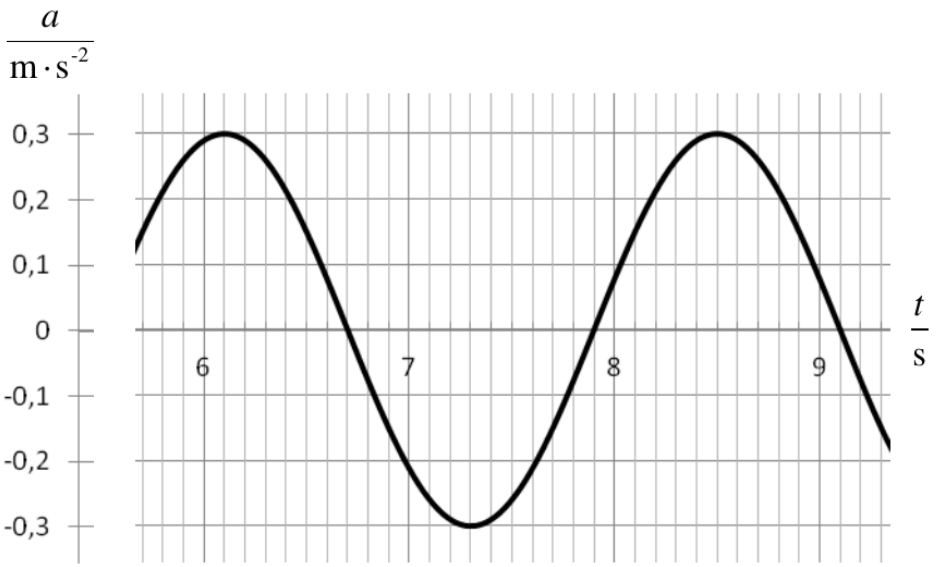
b) Určete rychlost $v_m$, kterou kulička prochází rovnovážnou polohou.

c) Určete úhlový rozkmit $\alpha$, tj. úhel, který opíše závěs při pohybu mezi dvěma krajními polohami.

d) Určete mechanickou energii $E$ kmitů.

e) Napište rovnici uvedených kmitů ve tvaru $y = y_m \sin(\omega t + \varphi_0)$, kde číselné hodnoty úhlové frekvence a počáteční fáze budou v přesných násobcích čísla $\pi$.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty získané z textu a z grafu.




Obr. 2

## 3. Rozjezd vlaku

Lokomotiva o hmotnosti $m_0 = 75$ t disponující maximálním výkonem $P_0 = 1{,}0$ MW má na přímých vodorovných kolejích v nejkratším možném čase bez prokluzování kol dosáhnout se soupravou $N = 6$ vagónů konečné rychlosti o velikosti $v_k = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Hmotnost každého vagónu je $m_1 = 40$ t. Všechna kola lokomotivy jsou hnaná. Součinitel smykového tření mezi koly a kolejnicemi je $f = 0{,}15$. Valivý odpor a odpor vzduchu neuvažujte.

a) Nalezněte obecně a číselně funkci vyjadřující závislost okamžité rychlosti $v$ na čase $t$.

b) Pro dané číselné hodnoty sestrojte graf této funkce.

## 4. Válec s plynem

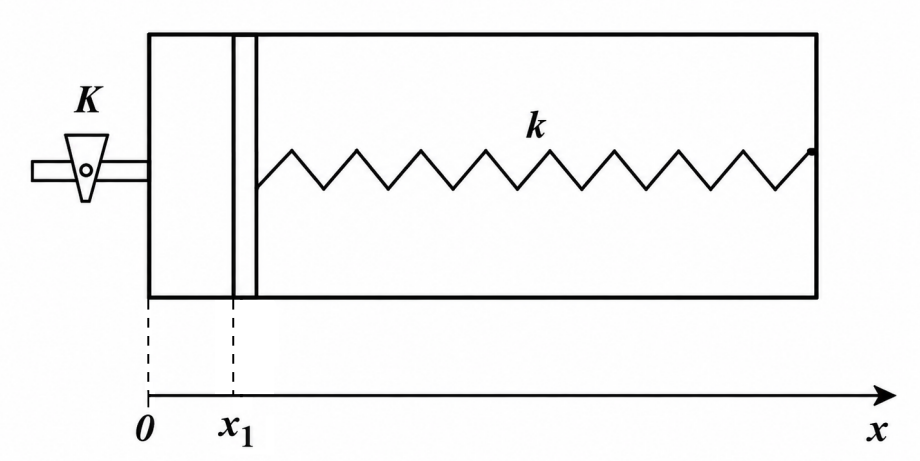
Válcová nádoba má průřez podstavy $S = 9{,}00\ \mathrm{cm^2}$. Uvnitř válce je píst, který se může pohybovat bez tření. Píst je z pravé strany přidržován pružinou o tuhosti $k$, která v nenapjatém stavu udržuje píst u levé podstavy válce, ve které je vstupní otvor uzavřený kohoutem. Na počátku je ve válci vakuum. Kohoutem nyní vpustíme do levé části válce vzduch. Po ukončení napouštění a ustálení rovnováhy má vzduch uvnitř válce tlak rovný atmosférickému tlaku $p_a = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa a teplotu $t_1 = 27{,}0\ ^\circ\mathrm{C}$. Píst se přitom nachází ve vzdálenosti $x_1 = 1{,}00$ cm od levé podstavy válce, viz Obr. 3. Vzduch v tomto případě považujeme za ideální plyn.

a) Určete hmotnost vzduchu $m$ ve válci a tuhost pružiny $k$.

b) Kohout uzavřeme a plyn uvnitř válce zahříváme tak dlouho, dokud se píst neposune do vzdálenosti $x_2 = 2{,}00$ cm. Jaký je tlak plynu uvnitř válce a jaká je jeho teplota?

c) Při zahřívání se zvětšoval objem plynu a současně se měnil i jeho tlak. Najděte závislost tlaku plynu na jeho objemu. Jakou práci vykonal plyn při zahřívání popsaném v části b)?

Molární hmotnost vzduchu je $M_m = 29{,}0 \cdot 10^{-3}$ kg$\cdot$mol$^{-1}$ a $R = 8{,}31$ J$\cdot$mol$^{-1}\cdot$K$^{-1}$.




Obr. 3

## 5. Tři rezistory se spínačem

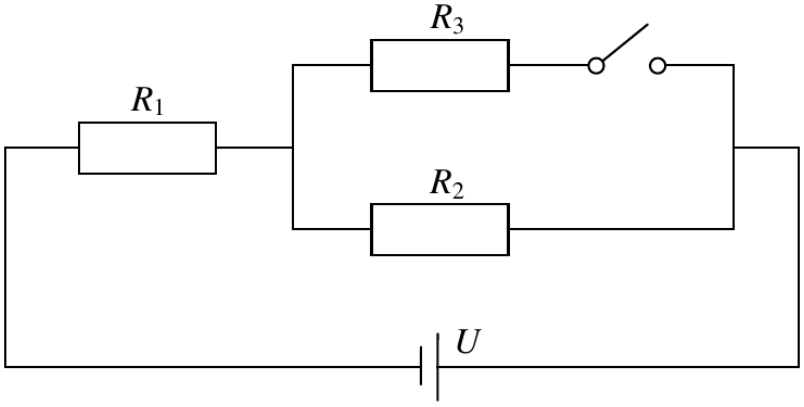
Tři rezistory o neznámém odporu $R_1$ a známých odporech $R_2 = 120\ \Omega$, $R_3 = 50{,}0\ \Omega$, stejnosměrný zdroj o elektromotorickém napětí $U = 12{,}0$ V a spínač jsou zapojeny podle schématu na Obr. 4. Graf na Obr. 5 bez číselných hodnot zobrazuje časovou závislost spotřebované elektrické energie soustavou rezistorů na časovém intervalu $\langle 0; t_2 \rangle$. V čase $t_1$ došlo ke změně stavu spínače.

a) Rozhodněte se zdůvodněním, zda v čase $t_1$ byl spínač sepnut, nebo byl rozepnut.

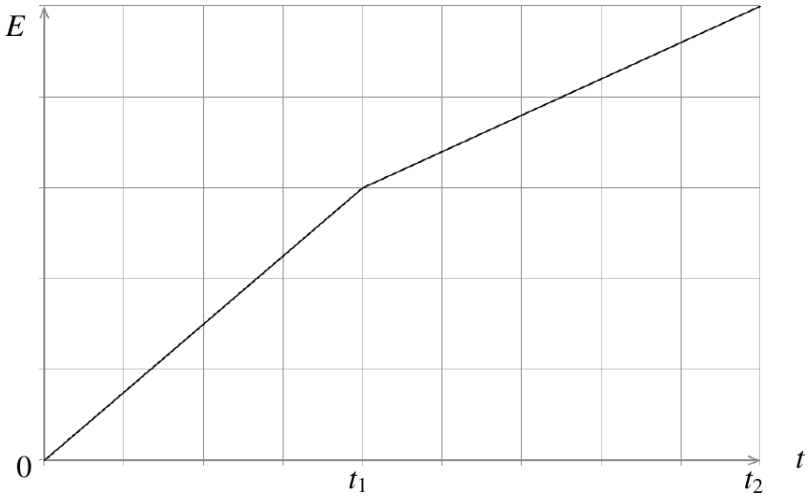
b) Určete odpor $R_1$.

c) Proveďte potřebné výpočty a sestrojte grafy závislosti spotřebované elektrické energie jednotlivých rezistorů na čase (3 grafy) a celé soustavy rezistorů na čase (1 graf) od nulového času do času $t_2 = 45{,}0$ s.

Vnitřní odpor zdroje je zanedbatelný.




Obr. 4




Obr. 5

## 6. Praktická úloha: Určení elektrochemického ekvivalentu mědi

*Teorie:* Prochází-li elektrický proud nádobou s roztokem síranu měďnatého (modré skalice) $CuSO_4$ a měděnými elektrodami, anoda se rozpouští a na katodě se naopak vylučuje velmi čistá měď. Podle 1. Faradayova zákona pro elektrolýzu je hmotnost $m$ vyloučené látky přímo úměrná prošlému náboji $Q$:

$$m = AQ = AIt$$

Konstanta úměrnosti $A$ je *elektrochemický ekvivalent* vylučované látky, v daném případě dvojmocné mědi.

*Provedení úlohy:* Použijeme školní soupravu pro pokusy z elektrolýzy (hranatá kádinka, dva držáky elektrod, elektrody). Do kádinky nalejeme roztok 0,5 molu modré skalice v 0,5 litru vody. Měděné elektrody očistíme smirkovým papírem a tu, kterou použijeme jako katodu, pečlivě zvážíme.

Sestavíme soupravu tak, aby elektrody byly vzájemně rovnoběžné a ponořené části elektrod měly plošný obsah alespoň $25\,\mathrm{cm}^2$. (Počítáme jen stranu přivrácenou k druhé elektrodě.)

Soupravu připojíme k regulovatelnému zdroji stejnosměrného napětí (který umí udržovat hodnotu proudu – tzv. Constant Current režim) nebo přes vhodný reostat ke zdroji stálého stejnosměrného napětí a po dostatečně dlouhou dobu (alespoň jednu hodinu) udržujeme stálý proud 0,5 A.

Po vypnutí proudu vyjmeme katodu, opláchneme ji a buď osušíme proudem horkého vzduchu, nebo necháme volně uschnout (neotíráme). Suchou elektrodu znovu zvážíme.

*Úkol:* Z hmotnosti mědi vyloučené na katodě a náboje, který prošel elektrolytem, určete elektrochemický ekvivalent mědi. Zhodnoťte přesnost měření a odhadněte možnou chybu výsledku. Výsledek porovnejte s tabulkovou hodnotou.

## 7. Tři elektrické náboje

V prostoru se ve vzájemné vzdálenosti $r$ nacházejí dva elektrické náboje $Q_1$ a $Q_2$, přičemž $|Q_2| = n|Q_1|$, kde $n \in \langle 1; \infty)$. Určete v prostoru umístění, velikost a znaménko třetího elektrického náboje $q$ tak, aby soustava všech tří nábojů byla v rovnováze. Rozlište případy

a) $Q_1 > 0$, $Q_2 > 0$,
b) $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$.

Řešte pro obecný předepsaný násobek $n$, poté pro jeho hodnotu $n = 4$.

(Elektrický náboj je vázán na hmotu, proto ve skutečnosti jde o tři hmotné body nesoucí uvedené elektrické náboje, které na sebe působí pouze elektrickou silou – gravitační síly jsou zanedbatelné.)